TUYỂN TẬP ĐỀ THI VÀO LỚP 10 THPT

TRƯỜNG CHUYÊN TP. HÀ NỘI

Toán 9

Edit by: *Nhật Hiếu*

Mail: hieu.phannhat3112@gmail.com

HÀ NỘI, Tháng 5 - 2015

Nhật Hiếu
Tel: 01699·54·54·52
Mail: hieu.phannhat3112@gmail.com

MỤC LỤC

Ghi chú: *V1: đề thi dành cho tất cả thí sinh (ngày thi thứ nhất)*
V2: đề thi dành cho lớn thi chuyên Toán - Tin

ĐỀ SỐ 1 (Năm học 2000 – 2001 – V1)

(Ngày thi 15/06/2000) – 150 phút

Bài I (*3 điểm*)

Cho biểu thức $P=\dfrac{2x+2}{\sqrt{x}}+\dfrac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}}-\dfrac{x\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}}$

1. Rút gọn P
2. So sánh P với 5.
3. Với mọi giá trị của x làm P có nghĩa, chứng minh rằng biểu thức $\dfrac{8}{P}$ chỉ nhận đúng một giá trị nguyên.

Bài II (*3 điểm*)

Trong mặt phẳng tọa độ *Oxy*, cho đường thẳng (d): $y=mx+1$ và parabol (P) $y=x^2$.

1. Vẽ parabol (P) và đường thẳng (d) khi $m = 1$.
2. Chứng minh rằng với mọi m, đường thẳng (d) luôn đi qua một điểm cố định và luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt.
3. Tìm giá trị của m để diện tích tam giác OAB bằng 2 (đơn vị diện tích).

Bài III (*4 điểm*)

Cho đoạn thẳng AB = 2a, có trung điểm là O. Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ AB kẻ các tia Ax, By vuông góc với AB. Một đường thẳng (d) thay đổi cắt Ax ở M, cắt By ở N sao cho luôn có $AM.BN=a^2$.

1. Chứng minh ΔAOM đồng dạng với ΔBNO và góc MON vuông.
2. Gọi H là hình chiếu của O trên MN, chứng minh rằng đường thẳng (d) luôn tiếp xúc với một nửa đường tròn cố định tại H.
3. Chứng minh rằng tâm I của đường tròn ngoại tiếp ΔMON chạy trên một tia cố định.
4. Tìm vị trí của đường thẳng (d) sao cho chu vi ΔAHB đạt giá trị lớn nhất. Tính giá trị lớn nhất đó theo a.

ĐỀ SỐ 2 (Năm học 2000 – 2001 – V2 – Toán - Tin)

(Ngày thi 16/06/2000) – 150 phút

Bài 1 (*2 điểm*)

Tìm tất cả các giá trị của *x* để hàm số $y = \left|x^2 + x + 16\right| + \left|x^2 + x - 6\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất và tính giá trị nhỏ nhất đó.

Bài 2 (*2 điểm*)

Tìm *k* để phương trình $\left(x^2 + 2\right)\left[x^2 - 2x\left(2k - 1\right) + 5k^2 - 6k + 3\right] = 2x + 1$

Bài 3 (*3 điểm*)

Cho góc nhọn *xOy* và điểm C cố định thuộc tia *Ox*. Điểm A di chuyển trên tia *Ox* phía ngoài đoạn OC, điểm B di chuyển trên tia *Oy* sao cho nó luôn có CA = OB. Tìm quỹ tích tân đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB.

Bài 4 (*2 điểm*)

Tìm các số *a*, *b*, *c* biết rằng $\sqrt{abc} = \left(a + b\right)\sqrt{c}$.

Bài 5 (*1 điểm*)

Một lớp có số học sinh đạt loại giỏi ở mỗi môn học (trong 11 môn) đều vượt quá 50%. Chứng minh rằng có ít nhất 3 học sinh được xếp loại giỏi từ 2 môn trở lên.

Nhật Hiếu
Tel: 01699·54·54·52
Mail: hieu.phannhat3112@gmail.com

ĐỀ SỐ 3 (Năm học 2001 – 2002 – V1)

(Ngày thi 21/06/2001) – 150 phút

Bài I (*2 điểm*)

Cho biểu thức $P=\left(\dfrac{\sqrt{x}+2}{x-5\sqrt{x}+6}-\dfrac{\sqrt{x}+3}{2-\sqrt{x}}-\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3}\right):\left(2-\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}\right)$

1. Rút gọn P.
2. Tìm *x* để $\dfrac{1}{P}\le -\dfrac{5}{2}$.

Bài II (*3 điểm*)

Cho phương trình $x-m^2=3-\sqrt{2}-mx\sqrt{2}$ (1).

1. Tìm tham số *m* để phương trình có nghiệm duy nhất, tính nghiệm đó với $m=\sqrt{2}+1$
2. Tìm các giá trị của *m* để phương trình (1) nhận $x=5\sqrt{2}-6$ là nghiệm
3. Gọi m_1,m_2 là hai nghiệm của phương trình (1) (ẩn *m*). Tìm *x* để m_1,m_2 là số đo của hai cạnh góc vuông của tam giác vuông có cạnh huyền bằng $\sqrt{4\sqrt{2}-2}$.

Bài III (*4 điểm*)

Cho hai đường tròn (O), bán kính R và đường tròn (O’) bán kính $\dfrac{R}{2}$ tiếp xúc ngoài tại A.

Trên đường tròn (O) lấy điểm B sao cho AB = R và điểm M trên cung lớn AB. Tia MA cắt đường tròn (O’) tại điểm thứ hai là N. Qua N kẻ đường thẳng song song với AB cắt đường thẳng MB tại Q và cắt đường tròn (O’) tại P.

1. Chứng minh ΔOAM ~ ΔO’AN
2. Chứng minh độ dài đoạn thẳng NQ không phụ thuộc vào vị trí điểm M
3. Tứ giác ABQP là hình gì? Vì sao?
4. Xác định vị trí điểm M để diện tích tứ giác ABQN đạt giá trị lớn nhất và tính giá trị lớn nhất đó theo R.

Bài IV (*1 điểm*)

Cho biểu thức $A=-x^2-y^2+xy+2x+2y$. Tìm cặp số (*x*; *y*) để biểu thức A đạt giá trị lớn nhất và tìm giá trị lớn nhất đó.

ĐỀ SỐ 4 (Năm học 2001 – 2002 – V2 – Toán - Tin)

(Ngày thi 21/06/2001) – 150 phút

Bài 1 (*2 điểm*)

Cho *a, b, c, d* > 0. Chứng minh rằng $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{4}{c}+\frac{16}{d}\geq\frac{64}{a+b+c+d}$. Khi nào xảy ra dấu đẳng thức?

Tổng quát hóa và chứng minh bài toán với *n* số dương x_i $\left(i=\overline{1,n};\ n\in N;\ n\geq 1\right)$.

Bài 2 (*2 điểm*)

Cho phương trình: $m\sqrt{x^6+1}=3\left(x^4+2\right)$

1. Giải phương trình với *m* = 10.
2. Tìm *m* để phương trình có đúng hai nghiệm.

Bài 3 (*3 điểm*)

Cho đường tròn (O; R), một dây cung cố định AB = *a* < 2R, điểm C di chuyển trên cung lớn AB sao cho tam giác ABC có 3 góc nhọn. Các đường cao AA’, BB’, CC’ đồng quy tại H. Gọi I và M lần lượt là trung điểm của CH và AB.

1. Chứng minh điểm I chạy trên 1 cung tròn cố định và đường thẳng MI là trung trực của A’B’.
2. Hai đường phân giác trong của góc CAH và CBH cắt nhau tại K. Tính độ dài đoạn IK theo R và *a*.

Bài 4 (*2 điểm*)

Chứng minh rằng với mọi $k\in R$ ta luôn tìm được $n\in N$ sao cho:

$$\sqrt{n+2001^k}+\sqrt{n}=\left(1+\sqrt{2002}\right)^k$$

Bài 5 (*1 điểm*)

Cho 5 đường tròn trong đó mỗi bộ 4 đường tròn đều có 1 điểm chung. Chứng minh rằng 5 đường tròn cùng đi qua một điểm.

ĐỀ SỐ 5 (Năm học 2002 – 2003 – V1)

(Ngày thi 21/06/2002) – 150 phút

Bài I (*3 điểm*)

Cho biểu thức $P = \dfrac{\sqrt{x}+1}{x-1} - \dfrac{x+2}{x\sqrt{x}-1} - \dfrac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1}$

1. Rút gọn P.
2. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $Q = \dfrac{2}{P} + \sqrt{x}$

Bài II (*3 điểm*)

Cho hệ phương trình hai ẩn *x*; *y* với *m* là tham số

$$\begin{cases} mx - y = 2 & (1) \\ (2-m)x + y = m & (2) \end{cases}$$

1. Giải hệ phương trình với $m = -\sqrt{3}$
2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy xét hai đường phương trình là (1) và (2).
   a. Chứng minh rằng với mọi giá trị của *m*, đường thẳng (1) đi qua điểm có định B và đường thẳng (2) đi qua điểm cố định C.
   b. Tìm *m* để giao điểm A của hai đường thẳng thỏa mãn điều kiện góc BAC vuông. Tính diện tích tam giác ABC ứng với giá trị đó của *m*.

Bài III (*4 điểm*)

Cho nửa đường tròn tâm O đường kính BC và một điểm A trên nửa đường tròn (A khác B và C). Hạ AH vuông góc với BC (H thuộc BC). Trên nửa mặt phẳng bờ BC chứa A, dựng hai nửa đường tròn đường kính HB và HC, chúng lần lượt cắt AB và AC tại E và F.

1. Chứng minh AE.AB = AF.AC
2. Chứng minh EF là tiếp tuyến chung của hai nửa đường tròn đường kính HB và HC
3. Gọi I và K lần lượt là hai điểm đối xứng với H qua AB và AC. Chứng minh ba điểm I, A, K thẳng hàng.
4. Đường thẳng IK cắt tiếp tuyến kẻ từ B của nửa đường tròn (O) tại M, chứng minh MC, AH, EF đồng quy.

Nhật Hiếu
Tel: 01699·54·54·52
Mail: hieu.phannhat3112@gmail.com

ĐỀ SỐ 6 (Năm học 2002 – 2003 – V2 – Toán - Tin)

(Ngày thi 22/06/2002) – 150 phút

Bài 1 (*2 điểm*)

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $A = \dfrac{\sqrt{x-2001}}{x+2} + \dfrac{\sqrt{x-2002}}{x}$.

Bài 2 (*2 điểm*)

Cho đa thức $P_0(x) = x^3 + 22x^2 + 6x + 15$. Với $n \in \mathbb{Z}^*$ ta có $P_n(x) = P_{n-1}(x-n)$. Tính hệ số của *x* trong $P_{21}(x)$.

Bài 3 (*3 điểm*)

Cho tam giác ABC, trực tâm H. Lấy K đối xứng với H qua BC.

1. Chứng minh tứ giác ABKC nội tiếo đường tròn (O).
2. Gọi M là một điểm di chuyển trên cung nhỏ AC của đường tròn (O). Chứng minh trung điểm I của KM chạy trên một cung tròn cố định.
3. Gọi E và F lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên các đừog thẳng AB và AC. Chứng minh đường thẳng EF đi qua trung điểm của đoạn thẳng HM

Bài 4 (*1.5 điểm*)

Trong tập $\mathbb{N}^*$ xét các số *P* = 1.2.3...(*n* – 1).*n* và *S* = 1 + 2 + 3 + ... + (*n* – 1).*n*. Hãy tìm các số *n* ($n \geq 3$) sao cho *P* chia hết cho *S*.

Bài 5 (*1.5 điểm*)

Trên một đường tròn cho sẵn 2000 điểm phân biệt. Người ta gán số 1 vào một điểm, từ điểm đó theo chiều kim đồng hồ ta đếm tiếp 2 điểm nữa và gán số 2 vào điểm thứ 2, lại đếm tiếp 3 điểm và gán số 3 ... cứ như vậy đến điểm được gán 2003. Trong 2000 điểm đã cho, có những điểm được gán số nhiều lần và những điểm không được gán số, hãy tìm số tự nhiên nhỏ nhất được gán cùng vị trí với số 2003.

ĐỀ SỐ 7 (Năm học 2003 – 2004 – V1)

(Ngày thi 20/06/2003) – 150 phút

Bài I (*3 điểm*)

Cho biểu thức $P = \dfrac{x^2 - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1} - \dfrac{2x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \dfrac{2(x-1)}{\sqrt{x} - 1}$

1. Rút gọn P.
2. Tìm giá trị nhỏ nhất của P.
3. Tìm *x* để biểu thức $Q = \dfrac{2\sqrt{x}}{P}$ nhận giá trị là số nguyên.

Bài II (*3 điểm*)

Trong mặt phẳng tọa độ *Oxy*, cho parabol (P): $y = -x^2$ và đường thẳng (d) đi qua điểm *I*(0; -1), có hệ số góc *k*.

1. Viết phương trình đường thẳng (d). Chứng minh với mọi giá trị của *k*, (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B.
2. Gọi hoành độ của A và B là x_1 và x_2, chứng minh $|x_1 - x_2| \geq 2$.
3. Chứng minh tam giác OAB vuông.

Bài III (*4 điểm*)

Cho đoạn thẳng AB = 2*a*, có trung điểm là O. Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ AB dựng nửa đường tròn (O) đường kính AB và nửa đường tròn (O') đường kính AO. Trên (O') lấy một điểm M (khác A và O), tia OM cắt (O) tại C, gọi D là giao điểm thứ hai của CA với (O').

1. Chứng minh tam giác ADM cân.
2. Tiếp tuyến tại C của (O) cắt tia OD tại E, xác định vị trí tương đối của đường thẳng EA đối với (O) và (O').
3. Đường thẳng AM cắt OD tại H, đường tròn ngoại tiếp tam giác COH cắt (O) tại điểm thứ hai là N. Chứng minh ba điểm A, M và N thẳng hàng.
4. Tại cị trí của M sao cho ME song song với AB, hãy tính độ dài đoạn thẳng OM theo *a*.

ĐỀ SỐ 8 (Năm học 2003 – 2004 – V2 – Toán - Tin)

(Ngày thi 23/06/2003) – 150 phút

Bài 1 (*1.5 điểm*)

Cho hai số tự nhiên *a* và *b*, chứng minh rằng nếu a^2+b^2 chia hết cho 3 thì *a* và *b* chia hết cho 3.

Bài 2 (*2 điểm*)

Cho phương trình $\left(\frac{1}{x}\right)^2+\left(\frac{1}{x+1}\right)^2=m$

1. Giải phương trình với $m = 15$.
2. Tìm *m* để phương trình có 4 nghiệm phân biệt.

Bài 3 (*2 điểm*)

Cho *x*, *y* là các số nguên dương thỏa mãn $x+y=2003$. Tìm giác trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức: $P=x\left(x^2+y\right)+y\left(y^2+x\right)$.

Bài 4 (*3 điểm*)

Cho đường tròn (O) với dây BC cố định (BC < 2R) và điểm A trên cung lớn BC (A khác B, C và điểm chính giữa của cung). Gọi H là hình chiếu của A trên BC, E và F lần lượt là hình chiếu của B và C trên đường kính AA'.

1. Chứng minh $HE \perp AC$.
2. Chứng minh ΔHEF ∽ ΔABC.
3. Khi A di chuyển, chứng minh tâm đường tròn ngoại tiếp ΔHEF cố định.

Bài 5 (*1.5 điểm*)

Lấy 4 điểm ở miền trong của một tứ giác để cùng với 4 đỉnh ta được 8 điểm, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Biết diện tích tứ giác là 1, chứng minh rằng tồn tại một tam giác có 3 đỉnh lấy từ 8 đỉnh đã cho có diện tích không vượt quá $\frac{1}{10}$. Tổng quát hóa bài toán cho *n* giác lồi với *n* điểm nằm ở miền tròn của đa giác đó.

ĐỀ SỐ 9 (Năm học 2004 – 2005 – V1)

(Ngày thi 18/06/2004) – 150 phút

Bài I (*2 điểm*)

Cho biểu thức $P=\left(\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}-\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}\right).\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}-\frac{\sqrt{x}}{2}\right)^2$

1. Rút gọn P.
2. Tìm *x* để $\frac{P}{\sqrt{x}}>2$.

Bài II (*2 điểm*)

Cho phương trình $x^2-(m-2)x-m^2+3m-4=0$ (*m* là tham số).

1. Chứng minh phương trình có hai nghiệm phân biệt với mọi *m*.
2. Tìm *m* để tỉ số giữa hai nghiệm của phương trình có giá trị tuyệt đối bằng 2.

Bài III (*2 điểm*)

Trên mặt phẳng tọa độ cho đường thẳng (d) có phương trình $2kx+(k-1)y=2$ (*k* là tham số).

1. Với giá trị nào của *k* thì đường thẳng (d) song song với đường thẳng $y=x\sqrt{3}$. Khi đó hãy tính góc tạo bởi (d) tia *Ox*.
2. Tìm *k* để khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng (d) là lớn nhất

Bài IV (*4 điểm*)

Cho góc vuông *xOy* và hai điểm A, B trên cạnh *Ox* (A nằm giữa O và B), điểm M bất kỳ trên cạnh *Oy*. Đường tròn (T) đường kính AB cắt tia MA, MB lần lượt tại điểm thứ hai là C, E. Tia OE cắt đường tròn (T) tại điểm thứ hai là F.

1. Chứng minh 4 điểm O, A, E, M nằm trên một đường tròn, các định tâm của đường tròn đó.
2. Tứ giác OCFM là hình gì. Tại sao?
3. Chứng minh hệ thức $OE.OF+BE.BM=OB^2$.
4. Xác định vị trí điểm M để tứ giác OCFM là hình bình hành, tìm mối quan hệ giữa OA và AB để tứ giác là hình thoi

ĐỀ SỐ 10 (Năm học 2004 – 2005 – V2 – Toán - Tin)

(Ngày thi 19/06/2004) – 150 phút

Bài 1 (*2 điểm*)

Chứng minh rằng số tự nhiên

$$A = 1.2.3...2003.2004\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + ... + \frac{1}{2003} + \frac{1}{2004}\right)$$

chia hết cho 2005.

Bài 2 (*2 điểm*)

Cho phương trình $x + 3\left(m - 3x^2\right)^2 = m$

1. Giải phương trình khi *m* = 2.
2. Tìm *m* để phương trình có nghiệm.

Bài 3 (*2 điểm*)

Giải bất phương trình sau: $\sqrt[3]{25x\left(2x^2 + 9\right)} \geq 4x + \frac{3}{x}$

Bài 4 (*3 điểm*)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, kẻ hai đường cao BE, CF.

1. Biết góc $BAC = 60^0$, tính độ dài EF theo BC = *a*.
2. Trên nửa đường tròn đường kính BC không chứa E, F lấy một điểm M bất kỳ. Gọi H, I, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên BC, CE, EB. Tìm giá trị nhỏ nhất của tổng $S = \frac{BC}{MH} + \frac{CE}{MI} + \frac{EB}{MK}$.

Bài 5 (*1 điểm*)

Cho một đa giác có chu vi bằng 1, chứng minh rằng có một hình tròn bán $r = \frac{1}{4}$ chứa toàn bộ đa giác đó.

Nhật Hiếu
Tel: 01699·54·54·52
Mail: hieu.phannhat3112@gmail.com

ĐỀ SỐ 11 (Năm học 2005 – 2006 – V1)

(Ngày thi 24/06/2005) – 150 phút

Câu I (*2 điểm*)

Cho biểu thức: $P = \dfrac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}} - \dfrac{x\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}} + \dfrac{x+1}{\sqrt{x}}$

a. Rút gọn biểu thức P.

b. Tìm *x* để $P = \dfrac{9}{2}$

Câu II (*2 điểm*)

Cho bất phương trình $3(m-1)x+1>2m+x$ (*m* là tham số)

a. Giải bất phương trình với $m=1-2\sqrt{2}$

b. Tìm *m* để bất phương trình nhận mọi giá trị $x > 1$ là nghiệm.

Câu III (*2 điểm*)

Trong mặt phẳng tọa độ *Oxy*, cho đường thẳng (d): $2x-y-a^2=0$ và parabol (P) : $y=ax^2$ (*a* là tham số dương).

1. Tìm *a* để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B. Chứng minh rằng khi đó A, B nằm về bên phải trục tung.
2. Gọi *u*, *v* theo thứ tự là hoành độ của A, B. Tính giá trị hoành độ của A, B. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = \dfrac{4}{u+v} + \dfrac{1}{uv}$.

Câu IV (*3 điểm*)

Đường tròn tâm O có dây cung AB cố định và I là điểm chính giữa cung lớn AB. Lấy điểm M bất kỳ trên cung lớn AB, dựng tia A*x* vuông góc với đường thẳng MI tại H và cắt tia BM tại C.

a. Chứng minh ΔAIB và ΔAMC là các tam giác cân.

b. Khi điểm M di động trên cung lớn AB chứng minh rằng điểm C di chuyển trên một cung tròn cố định.

c. Xác định vị trí của điểm M để chu vi tam giác AMC đạt giá trị lớn nhất.

Câu V (*1 điểm*)

Cho tam giác ABC vuông ở A có AB < AC và trung tuyến AM, $ACB = \alpha$, $AMB = \beta$.

Chứng minh rằng: $(\sin\alpha + \cos\alpha)^2 = 1 + \sin\beta$.

Nhật Hiếu
Tel: 01699·54·54·52
Mail: hieu.phannhat3112@gmail.com

ĐỀ SỐ 12 (Năm học 2005 – 2006 – V2 – Toán - Tin)

(Ngày thi --/--/2005) – 150 phút

Câu 1 (*2 điểm*)

Cho $P=(a+b)(b+c)(c+a)-abc$ với *a, b, c* là các số nguyên. Chứng minh rằng nếu $a+b+c$ chia hết cho 4 thì P chia hết cho 4

Câu 2 (*2 điểm*)

Cho hệ phương trình $\begin{cases}(x+y)^4+13=6x^2y^2+m\\ xy(x^2+y^2)=m\end{cases}$

a. Giải hệ phương trình với *m* = – 10.
b. Chứng minh rằng không tồn tại giá trị của M để hệ có nghiệm duy nhất.

Câu 3 (*2 điểm*)

Ba số dương *x, y, z* thỏa mãn hệ thức $\frac{1}{x}+\frac{2}{y}+\frac{3}{z}=6$. Xét hệ thức $P=x+y^2+z^3$.

a. Chứng minh $P\ge x+2y+3z-3$
b. Tìm giá trị nhỏ nhất của P.

Câu 4 (*3 điểm*)

Cho tam giác ΔABC, lấy 3 điểm D, E, F theo thứ tự trên cạnh BC, CA, AB sao cho AEDF là tứ giác nội tiếp. Trên tia AD lấy điểm P (D nằm giữa A và P) sao cho $DA.DP=DB.DC$

a. Chứng minh rằng tứ giác ABPC nội tiếp, và hai tam giác ΔDEF, ΔPCB đồng dạng với nhau.
b. Gọi S và S_1 lần lượt là diện tích hai tam giác ΔABC, ΔDEF. Chứng minh $\frac{S}{S_1}\le\left(\frac{EF}{2AD}\right)^2$

Câu 5 (*1 điểm*)

Cho hình vuông ABCD và 2005 đường thẳng đồng thời thỏa mãn hai điều kiện:
a/ Mỗi đường thẳng đều cắt hai cạnh đối của hình vuông.
b/ Mỗi đường thẳng đều chia hình vuông thành hai phần có tỉ số diện tích là 0.5.
Chứng minh rằng trong 2005 đường thẳng đó có ít nhất 502 đường đồng quy.

ĐỀ SỐ 13 (Năm học 2006 – 2007 – V2 – Toán - Tin)

(Ngày thi 17/06/2006) – 150 phút

Câu 1 (*2 điểm*)

Cho phương trình ẩn *x*: $\frac{x^6-1}{x^3}-(2a+1)\frac{x^2-1}{x}+2a-3=0$ (*)

a. Giải phương trình (*) khi *a* = 1.
b. Tìm *a* để phương trình có nhiều hơn hai nghiệm dương phân biệt.

Câu 2 (*2 điểm*)

Cho dãy các số tự nhiên 2, 6, 30, 210 ... đước xác định như sau: Số hạng thứ *k* bằng tích *k* số nguyên tố đầu tiên (*k* = 1, 2, 3, ...). Biết rằng tồn tại hai số hạng của dãy số có hiệu bằng 30000. Tìm hai số hạng đó.

Câu 3 (*2 điểm*)

Tìm các số nguyên *x, y, z* thỏa mãn:

$$\begin{cases}\sqrt{2x}y^2-z^4\ge 7\\ \sqrt{-x^2y^2+8xy+9}-\sqrt{x^2-4}\ge 2\left(x+\dfrac{1}{x}\right)\end{cases}$$

Câu 4 (*3 điểm*)

Cho nửa đường tròn đường kính AB = 2R. Gọi C là điểm tùy ý trên nửa đường tròn, D là hình chiếu vuông góc của C trên AB. Tia phân giác góc ACD cắt đường tròn đường kính AC tại điểm thứ hai là E, cắt tia phân giác góc ABC tại H.

a. Chứng minh AE // BH.
b. Tia phân giác góc CAB cắt đường tròn đường kính AC tại điểm thứ hai là F, cắt CE tại I. Tính diện tích tam giác FID trong trường hợp tam giác đó là đều.
c. Trên đoạn BH lấy điểm K sao cho HK = HD. Gọi J là giao điểm của AF và BH. Xác định vị trí của C để tổng khoảng cách từ cá điểm I, J, K đến đường thẳng AB đạt giá trị lớn nhất.

Câu 5 (*1 điểm*)

Chứng minh rằng trong 2007 số khác nhau tùy ý được lấy từ tập $A=\{1,2,3,...,2006^{2007}\}$ có ít nhất hai số *x*, *y* thỏa mãn: $0<\left|\sqrt[2007]{x}-\sqrt[2007]{y}\right|<1$

Nhật Hiếu
Tel: 01699-54-54-52
Mail: hieu.phannhat3112@gmail.com

ĐỀ SỐ 14 (Năm học 2007 – 2008 – V2 – Toán - Tin)

(Ngày thi --/--/2007) – 150 phút

Bài 1 (*3 điểm*)

Cho phương trình: $x^2 - 3y^2 + 2xy - 2x - 10y + 4 = 0$ (1)

a. Tìm nghiệm (x; y) của phương trình (1) thỏa mãn $x^2 + y^2 = 10$
b. Tìm nghiệm nguyên của phương trình (1)

Bài 2 (*4 điểm*)

Cho điểm A di chuyển trên đường tròn tâm O, đường kính BC = 2R (A không trùng với B và C). Trên tia AB lấy M sao cho B là trung điểm của AM. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên BC và I là trung điểm của HC.

a. Chứng minh rằng M chuyển động trên một đường tròn cố định
b. Chứng minh ΔAHM ∽ ΔCIA
c. Chứng minh MH ⊥ AI.
d. MH cắt đường tròn (O) tại E và F, AI cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai G. Chứng minh rằng tổng bình phương các cạnh của tứ giác AEGF không đổi.

Bài 3 (*1 điểm*)

Tìm số nhỏ nhất trong các số nguyên dương là bội của 2007 và có 4 chữ số cuối cùng là 2008.

Bài 4 (*1 điểm*)

Cho một lưới hình vuông kích thước 5 x 5. Người ta điền vào mỗi ô của lưới một trong các số -1; 0; 1. Xét tổng các số được tíng theo từng cột, theo từng hàng và theo đường chéo. Chứng minh rằng trong tất cả các tổng đó luôn tồn tại hai tổng có giá trị bằng nhau.

Bài 5 (*1 điểm*)

Tính tổng sau theo n (n thuộc tập hợp các số tự nhiên khác 0):

$$S = 2^{n-1} + 2.2^{n-3} + \ldots + (n-1).2 + n$$

ĐỀ SỐ 15 (Năm học 2008 – 2009 – V2 – Toán - Tin)

(Ngày thi --/--/2008) – 150 phút

Bài 1 (*2 điểm*)

Cho hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{x+19}-\sqrt{y+6}=(m-2008)y+1 \\ \sqrt{y+19}-\sqrt{x+6}=(m-2008)x+1 \end{cases}$

a. Giải hệ phương trình khi $m = 2008$.
b. Chứng minh hệ phương trình đã cho có không quá một nghiệm khi $m \geq 2008$.

Bài 2 (*2 điểm*)

Với mỗi số tự nhiên *n*, ta đặt $a_n = 3n^2 - 6n + 13$.

1. Chứng minh rằng: Nếu hai số a_i, a_k không chia hết cho 5 và chia cho 5 dư khác nhau thì $(a_i + a_k)$ chia hết cho 5.
2. Tìm số tự nhiên *n* lẻ để a_n là số chính phương.

Bài 3 (*2 điểm*)

Cho *a* là số thay đổi thỏa mãn $-1 \leq a \leq 1$. Tìm giá trị lớn nhất của *b* sao cho bất đẳng thức sau luôn đúng:

$$2\sqrt{1-a^4}+(b-1)\left(\sqrt{1+a^2}-\sqrt{1-a^2}\right)+b-4\leq 0$$

Bài 4 (*3 điểm*)

Cho tam giác ABC vuông tại A. Vẽ hai đường tròn (O_1) và (O_2) lần lượt có đường kính AB và AC. Gọi H là giao điểm thứ hai của (O_1) và (O_2). Đường thẳng *d* thay đổi đi qua A cắt các đường tròn (O_1) và (O_2) lần lượt tại các điểm D, E sao cho A nằm giữa D và E.

1. Chứng minh rằng đường trung trực của đoạn DE luôn đi qua một điểm cố định khi đường thẳng *d* thay đổi.
2. Xác định vị trí của đường thẳng *d* để diện tích tứ giác BDEC đạt giá trị lớn nhất. Tính giá trị lớn nhất đó theo *b* và *c*, với *b* = AC, *c* = AB.
3. Đường thẳng đi qua trung điểm đoạn DE và vuông góc voeid BC cắt BC tại K. Chứng minh rằng $KB^2 = BD^2 + KH^2$.

Bài 5 (*1 điểm*)

Cho A là tập hợp gồm 6 phần tử bất kỳ của tập hợp {0; 1; 2; ... ; 14}. Chứng minh rằng tồn tại hai tập hợp B_1 và B_2 của tập hợp A (B_1, B_2 khác nhau và khác tập hợp rỗng) sao cho tổng hợp tất cả các phần tử của tập hợp B_1 bằng tổng tất cả các phần tử tập hợp B_2.

Nhật Hiếu
Tel: 01699·54·54·52
Mail: hieu.phannhat3112@gmail.com

ĐỀ SỐ 16 (Năm học 2009 – 2010 – V2 – Toán - Tin)
(Ngày thi --/--/2009) – 150 phút

Bài 1 (*3 điểm*)

a. Tìm các số nguyên dương *n* để $A=\dfrac{(n-8)^2-48}{n+5}$ có giá trị là số nguyên dương.

b. Tìm các số nguyên dương *x*, *y* thỏa mãn đẳng thức: $x^2+y\left(y^2+y-3x\right)=0$.

Bài 2 (*2 điểm*)

Giải hệ phương trình (ẩn là *x*, *y*, *z*) $\begin{cases}\left(x^2+1\right)y=2x^2\\ \left(y^2+1\right)z=2y^2\\ \left(z^2+1\right)x=2z^2\end{cases}$

Bài 3 (*3 điểm*)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O). Gọi BD và CE là hai đường cao của tam giác ABC.

1. Chứng minh AD.AC = AE.AB
2. Tia AO cắt BC tại A_1 và căý cung nhỏ BC tại A_2, tia BO cắt AC tại B_1 và cắt cung nhỏ AC tại B_2. Tia CO cắt AB tại C_1 và cắt cung nhỏ AB tại C_2.
   Chứng minh $\dfrac{A_1A_2}{A_1A}+\dfrac{B_1B_2}{B_1B}+\dfrac{C_1C_2}{C_1C}=1$
3. Từ A vẽ tia Ax vuông góc với DE. Cho BC cố định, điểm A di động trên cung lớn BC sao cho tam giác ABC luôn có 3 góc nhọn. Chứng minh tia Ax luôn đi qua một điểm cố định.

Bài 4 (*1 điểm*)

Cho đa thức $P(x)=x^4+ax^3+bx^2+cx+d$ (*a*, *b*, *c*, *d* là các hằng số). Biết rằng P(1) = 10, P(2) = 20, P(3) = 30. Hãy tính giá trị của biểu thức $\dfrac{P(12)+P(-8)}{10}+25$.

Bài 5 (*1 điểm*)

Chứng minh rằng: Nếu ba điểm A, B, C không có điểm nào nằm ngoài đường tròn (O) sao cho tam giác ABC có 3 góc nhọn thì chi vi của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC không lớn hơn chi vi của đường tròn (O).

Nhật Hiếu
Tel: 01699-54-54-52
Mail: hieu.phannhat3112@gmail.com

ĐỀ SỐ 17 (Năm học 2010 – 2011 – V2 – Toán - Tin)

(Ngày thi 24/06/2010) – 150 phút

Bài 1 (*2 điểm*)

1. Cho *n* là số nguyên, chứng minh $A = n^3 + 11n$ chia hết cho 6
2. Tìm tất cả các số tự nhiên *n* để $B = n^4 - 3n^2 + 1$ là số nguyên tố

Bài 2 (*2 điểm*)

Cho phương trình: $\left(m^2 + 2m + 2\right)x^2 - \left(m^2 - 2m + 2\right)x - 1 = 0$. Gọi x_1; x_2 là hai nghiệm của phương trình đã cho.

1. Tìm tất cả các giá trị của *m* để $x_1^2 + x_2^2 = 2x_1x_2\left(2x_1x_2 - 1\right)$
2. Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $S = x_1 + x_2$.

Bài 3 (*2 điểm*)

1. Cho *a* bất kỳ, chứng minh rằng: $\dfrac{a^{2010} + 2010}{\sqrt{a^{2010} + 2009}} > 2$
2. Tìm các số nguyên *x*, *y* thỏa mãn phương trình: $y^2 - x(x-2)\left(x^2 - 2x + 2\right) = 0$.

Bài 4 (*3 điểm*)

Cho đường tròn (O; R) và một điểm M nằm ngoài đường tròn. Đường tròn đường kính OM cắt đường tròn (O; R) tại hai điểm E, F.

1. Chứng minh giao điểm I của đoạn thẳng OM với đường tròn (O; R) là tâm của đường tròn nội tiếp tam giác ΔMEF.
2. Cho A là một điểm bất kỳ thuộc cung EF chứa điểm M của đường tròn đường kính OM (A khác E, F). Đoạn thẳng OA cắt đoạn thẳng EF tại điểm B. Chứng minh OA.OB = R^2.
3. Cho biết OM = 2R và N là điểm bất kỳ thuộc cung EF chứa điểm I của đường tròn (O; R) (N khác E và F). Gọi *d* là đường thẳng qua F và vuông góc với đưởng thẳng EN tại điểm P, *d* cắt đường tròn đường kính OM tại điểm K (K khác F). Hai đường thẳng FN và KE cắt nhau tại điểm Q.

   Chứng minh rằng: $PN.PK + QN.QK \le \dfrac{\sqrt{3}}{2}R^2$

Bài 5 (*1 điểm*)

Giải phương trình: $x^8 - x^7 + x^5 - x^4 + x^3 - x + 1 = 0$

Nhật Hiếu
Tel: 01699.54.54.52
Mail: hieu.phannhat3112@gmail.com

ĐỀ SỐ 18 (Năm học 2011 – 2012 – V2 – Toán - Tin)

(Ngày thi 24/06/2011) – 150 phút

Bài 1 *(2,0 điểm)*

1. Với $a \neq \pm b$ giải phương trình: $\left(a^4 - b^4\right)x^2 - 2\left(a^3 - b^3\right)x + a^2 - b^2 = 0$.
2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x - y - xy = 2 + 3\sqrt{2} \\ x^2 + y^2 = 6 \end{cases}$

Bài 2 *(2,0 điểm)*

1. Tìm tất cả các số nguyên dương *n* sao cho $n^2 - 9n - 3$ chia hết cho $n - 11$.
2. Với ba số *x, y, z* không âm thỏa mãn $x + y + z = 6$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = x^2 + y^2 + z^2$.

Bài 3 *(3,5 điểm)*

Trên đường tròn tâm O đường kính AB = 2R lấy điểm N sao cho AN = R và M là một điểm thay đổi trên cung nhỏ BN (M không trùng với B, N). Gọi I là giao điểm của AM và BN. Đường thẳng đi qua điểm I và vuông vuông góc với AB cắt tia AN tại điểm C.

1. Chứng minh ba điểm B, C, M thẳng hàng.
2. Xác định vị trí của điểm M để chu vi của tứ giác ABMN là lớn nhất.
3. Chứng minh tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MNH thuộc một đường thẳng cố định khi M thay đổi trên cung nhỏ BN.
4. Đường thẳng đi qua M và điểm chính giữa của cung AB không chứa điểm M cắt AB tại điểm D. Chứng minh rằng $\frac{MD}{MA} + \frac{MD}{MB}$ không đổi khi M thay đổi trên cung nhỏ BN của đường tròn (O; R).

Bài 4 (*1,5 điểm*)

Tìm tất cả các bộ ba số nguyên dương (*x, y, z*) thỏa mãn: $xyz = x^2 - 2z + 2$.

Bài 5 (*1,0 điểm*)

Chứng minh rằng từ 53 số tự nhiên bất kỳ luôn chọn được 27 số mà tổng của chúng chia hết cho 27.

ĐỀ SỐ 19 (Năm học 2012 – 2013 – V2 – Toán - Tin)

(Ngày thi 23/06/2012) – 150 phút

Bài 1 *(2,0 điểm)*

1. Chứng minh rằng nếu *n* là số nguyên thì n^5+5n^3-6n chia hết cho 30.
2. Giả sử *n* là số tự nhiên thỏa mãn điều kiện $n(n+1)+6$ không chia hết cho 3. Chứng minh rằng $2n^2+n+8$ không là số chính phương.

Bài 2 *(3,0 điểm)*

1. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x-2y-\dfrac{2}{x}+1=0 \\ x^2-4xy+4y^2-\dfrac{4}{x^2}+1=0 \end{cases}$.

2. Xét các số x, y, z thỏa mãn điều kiện $x^2+y^2+z^2=2012$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M=2xy-yz-zx$.

Bài 3 *(3,0 điểm)*

Cho đường tròn $(O;R)$ và dây cung BC cố định (BC < 2R). Điểm A di động trên đường tròn $(O;R)$ sao cho tam giác ABC là tam giác nhọn. Gọi AD là đường cao và H là trực tâm của tam giác ABC.

1. Đường thẳng chứa phân giác ngoài của góc BHC cắt AB, AC lần lượt tại các điểm M, N. Chứng minh tam giác AMN là tam giác cân.
2. Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của D trên các đường thẳng BH, CH. Chứng minh $OA\perp EF$.
3. Đường tròn ngoại tiếp tam giác AMN cắt đường phân giác trong của góc BAC tại K. Chứng minh đường thẳng HK luôn đi qua một điểm cố định.

Bài 4 *(1,0 điểm)*

Tìm các số nguyên dương *x*, *y*, *z* thỏa mãn điều kiện: $(x+1)(y+z)=xyz+2$.

Bài 5 *(1,0 điểm)*

Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn bán kính 2cm. Chứng minh trong số 17 điểm A_1, $A_2,\ldots,A_{17}$ bất kì nằm trong tứ giác ABCD luôn có thể tìm được hai điểm mà khoảng cách giữa hai điểm đó không lớn hơn 1 cm.

Nhật Hiếu
Tel: 01699·54·54·52
Mail: hieu.phannhat3112@gmail.com

ĐỀ SỐ 20 (Năm học 2013 – 2014 – V2 – Toán - Tin)

(Ngày thi --/--/2013) – 150 phút

Bài 1 (-- *điểm*)

1. Tìm tất cả các số tự nhiên *n* để $7^{2013}+3^n$ có chữ số hàng đơn vị là 8.
2. Cho *a*, *b* là các số tự nhiên lớn hơn 2 và *p* là số tự nhiên thỏa mãn $\frac{1}{p}=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}$.

   Chứng minh *p* là số chính phương.

Bài 2 (-- *điểm*)

1. Tìm các số nguyên *x, y* thỏa mãn $x^2-3y^2+2xy-2x+6y-8=0$
2. Gải hệ phương trình: $\begin{cases}2x^2+xy+3y^2-2y-4=0\\3x^2+5y^2+4x-12=0\end{cases}$

Bài 3 (-- *điểm*)

Với *a*, *b* là các số thực thỏa mãn $a+b+4ab=4a^2+4b^2$, hãy tìm giá trị lớn nhất của

$$A=20\left(a^3+b^3\right)-6\left(a^2+b^2\right)+2013$$

Bài 4 (-- *điểm*)

Cho tam giác ABC không cân. Đường tròn (O) tiếp xúc với BC, AC, AB lần lượt tại M, N, P. Đường thẳng NP cắt BO, CO lần lượt tại E, F.

1. Chứng minh $\widehat{OEN}$, $\widehat{OCA}$ bằng nhau hoặc bù nhau.
2. Chưng minh rằng bốn điểm B, C, E, F cùng thuộc 1 đường tròn.
3. Gọi K là tâm đường tròn nội tiếp tam giác OEF. Chứng minh O, M, K thẳng hàng.

Bài 5 (-- *điểm*)

Trong mặt phẳng cho 6 điểm $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_6$ trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng và trong 3 điểm luôn có 2 điểm có khoảng cách nhỏ hơn 671. Chứng minh rằng trong 6 điểm đã cho luôn tồn tại 3 điểm là 3 đỉnh của một tam giác có chu vi nhỏ hơn 2013.

ĐỀ SỐ 21 (Năm học 2014 – 2015 – V2 – Toán - Tin)

(Ngày thi 24/06/2014) – 150 phút

Bài 1 (*2.0 điểm*)

1. Giải phương trình $x\left(5x^3+2\right)-2\left(\sqrt{2x+1}-1\right)=0$
2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2\left(4y+1\right)-2y=-3 \\ x^2\left(x^2-12y\right)+4y^2=9 \end{cases}$

Bài 2 (*2.5 điểm*)

1. Chứng minh nếu *n* là số nguyên dương thì $25^n+7^n-4^n\left(3^n+5^n\right)$ chia hết cho 65
2. Tìm các cặp số nguyên (*x*, *y*) thỏa mãn $x^2y+xy-2x^2-3x+4=0$.
3. Tìm các bộ số tự nhiên $\left(a_1;\ a_2;\ a_3;\ \dots;\ a_{2014}\right)$ thỏa mãn

$$\begin{cases} a_1+a_2+a_3+\dots+a_{2014}\geq 2014^2 \\ a_1^2+a_2^2+a_3^2+\dots+a_{2014}^2\leq 2014^3+1 \end{cases}$$

Bài 3 (*1.5 điểm*)

Với ba số dương *x*, *y*, *z* thỏa mãn $x+y+z=1$, tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$Q=\frac{x}{x+\sqrt{x+yz}}+\frac{y}{y+\sqrt{y+zx}}+\frac{z}{z+\sqrt{z+xy}}$$

Bài 4 (*3.0 điểm*)

Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn (O), H là trung điểm của BC. M là điểm bất kỳ thuộc đoạn thẳng BH (M khác B). Lấy điểm N thuộc đoạn thẳng CA sao cho $CN=BM$ Gọi I là trung điểm của MN.

1. Chứng minh bốn điểm *O*, *M*, *H*, *I* cùng thuộc một đường tròn.
2. Gọi P là giao điểm của OI và AB. Chứng minh tam giác MNP là tam giác đều.
3. Xác định vị trí của điểm M để tam giác IAB có chu vi nhỏ nhất

Bài 5 (*1.0 điểm*)

Cho bảng ô vuông kích thước $3\times n$ (3 hàng, *n* cột, *n* là số tự nhiên lớn hơn 1) được tạo bởi các ô vuông nhỏ kích thước 1×1. Mỗi ô vuông nhỏ được tô bởi một trong 1 màu xanh hoặc đỏ. Tìm số *n* bé nhất để với mọi cách tô màu như thế luôn tìm được hình chữ nhật tạo bởi các ô vuông nhỏ sao cho 4 ô vuông nhỏ ở 4 góc của hình chữ nhật đó cùng màu